

Tehtävä 1.

Jatka loogisesti oheisia jonoja kahdella seuraavaksi tulevalla termillä. Perustele vastauksesi lyhyesti.

- a) a, c, e, g, ...
- b) 1, 2, 4, 7, 11, ...

Ratkaisut:

a) i ja k

- oikea perustelu ja oikeat kirjaimet, annetaan 3p
- oikea perustelu, mutta toinen kirjain väärin, annetaan 2p
- oikea perustelu, mutta väärät kirjaimet, annetaan 1,5p
- molemmat kirjaimet oikein muttei perusteluja, annetaan 2p
- toinen kirjain oikein muttei perusteluja, annetaan 1p

b) 16 ja 22

- oikea perustelu ja oikeat luvut, annetaan 3p
- oikea perustelu, mutta toinen luku väärin, annetaan 2p
- oikea perustelu, mutta väärät luvut, annetaan 1,5p
- molemmat luvut oikein muttei perusteluja, annetaan 2p
- toinen luku oikein muttei perusteluja, annetaan 1p

Tehtävä 2.

- a) Tilustien pituus on kartalla 13 cm ja kartan mittakaava on 1:15 000. Mikä on tien pituus luonnossa?
- b) Metsäautotie on 900 metriä pitkä ja keskimäärin 5 metriä leveä. Kuinka monta kuutiometriä soraa vähintään tarvitaan metsäautotien kunnostamiseen, kun soraa levitetään tielle keskimäärin 5 cm:n paksuisena kerroksena?

Ratkaisut:

a) Verranto $\frac{1}{1} = \frac{1 \text{ cm}}{x}$, (antaa 2p)

josta $x = 15000 \cdot 13 \text{ cm} = 1950 \text{ m}$ tai 1,95 km (antaa 1p)

- oikea ratkaisu, annetaan siis 3p (verranto 2p ja ratkaisu 1p)
- päättelystä 1 cm vastaa luonnossa 150 m ja $13 \cdot 150 \text{ m} = 1950 \text{ m}$, annetaan 3p
- yksikkö puuttuu vastauksesta, vähennetään 1p
- väärä verranto (ja vastaus), annetaan 1p

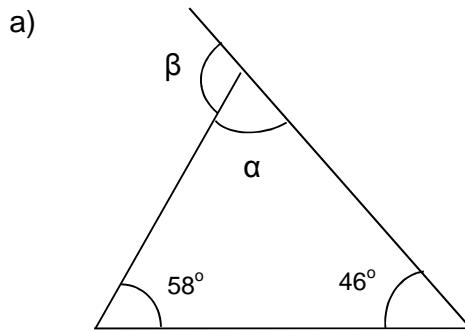
- vastaus annettu senttimetreinä, vähennetään 0,5p
 - lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 1p
- b) Soran määrä

$$V = 900 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 0,05 \text{ m} = 225 \text{ m}^3$$

- oikea ratkaisu, annetaan 3p
- kaikki pyöristykset hyväksytään
- yksikkö puuttuu vastauksesta, vähennetään 1p
- laskettu sopimattomilla yksiköillä (esim. $900 \cdot 5 \cdot 5$), vähennetään 1,5p ja jos yksikkökin puuttuu, vähennetään 2 p
- jos yksikkönä dm^3 tai cm^3 , vähennetään 0,5p
- jos vastaus oikein, mutta väärä yksikkö (esim. m^2), vähennetään 1,5p
- laskettu sopimattomilla yksiköillä (esim. $900 \cdot 5 \cdot 5$) ja vastauksessa väärä yksikkö (esim. m^2), annetaan 0,5p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 1p

Tehtävä 3.

Kuinka suuri on kulma β oheisissa kuvioissa?



Ratkaisu:

a) $\alpha = 180^\circ - (58^\circ + 46^\circ) = 76^\circ$ (antaa 1,5p)

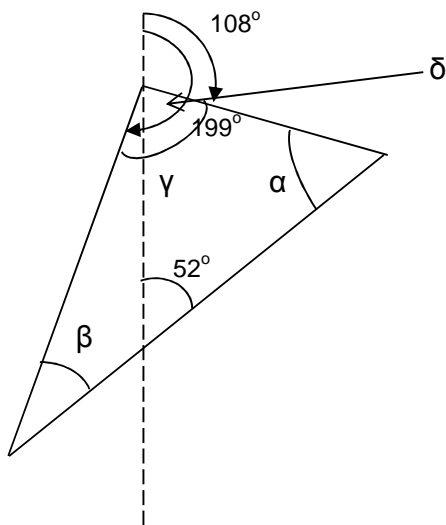
ja

$\beta = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$ (antaa 1,5p)

- oikea ratkaisu, annetaan siis 3p
- kommentista: kolmiossa kulmien summa on kolmannen kulman vieruskulma ja $58^\circ + 46^\circ = 104^\circ$, annetaan 3p
- laskettu $58^\circ + 46^\circ = 104^\circ$ ilman eo kommenttia tai muuta vastaavaa, annetaan 1p (jos voi päätellä, että tarkoitetaan β kulmaa, annetaan 2p)
- jos laskettu $\beta = 58^\circ + 46^\circ = 104^\circ$ ilman kommenttia, annetaan 2p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 0,5p

- asteet puuttuvat vastauksesta, vähennetään 0,5p
- jos kolmion kulmien summa (180°) muistettu väärin, vähennetään 1p

b)



$$\gamma = 199^\circ - 108^\circ = 91^\circ \quad (\text{antaa } 1\text{p})$$

$$\delta = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \quad (\text{antaa } 0,5\text{p})$$

$$\alpha = 180^\circ - (52^\circ + 72^\circ) = 56^\circ \quad (\text{antaa } 1\text{p})$$

$$\beta = 180^\circ - (91^\circ + 56^\circ) = 33^\circ \quad (\text{antaa } 0,5\text{p})$$

- oikea ratkaisu, annetaan siis 3p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 0,5p
- asteet puuttuvat vastauksesta, vähennetään 0,5p
- jos kolmion kulmien summa (180°) muistettu väärin, vähennetään 1p
- jos oikokulma (180°) muistettu väärin, vähennetään 1p

Tehtävä 4.

a) Oheisessa taulukossa on esitetty erään karjan lehmien poikimiskerrat. Laske karjan lehmien poikimiskertojen keskiarvo.

Poikimiskerrat	Lehmien lukumäärä
1	6
2	12
3	13
4	9
5	5
6	2

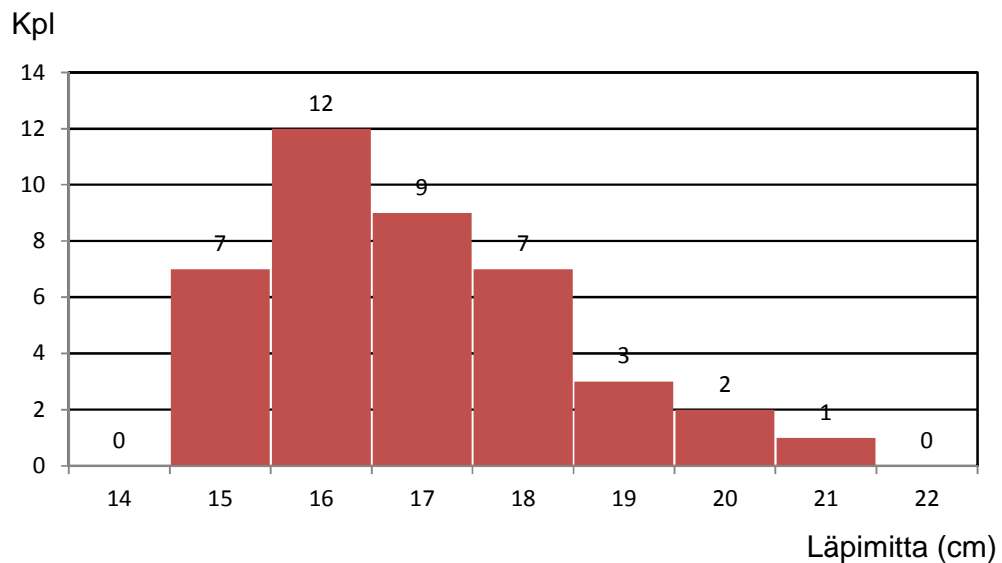
Ratkaisu:

- keskiarvo

$$\frac{6 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + \dots + 1 \cdot 7}{4} = \frac{1}{4} \approx 3,1$$

- oikea ratkaisu, annetaan 3p
- kaikki pyöristykset hyväksytään
- laskettu lehmien kokonaismäärä, annetaan 0,5p
- laskettu poikimisten kokonaismäärä, annetaan 1p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 0,5p
- yrityksestä $(1+2+ \dots +7)/7$ tai vastaavasta ei anneta pisteitä

- b) Oheisessa kuviossa on esitetty erään koealan puiden läpimitat yhden senttimetrin luokissa eli puiden läpimittajakauma. Laske läpimittajakauman avulla koealan puiden läpimitan keskiarvo eli keskiläpimitta.

**Ratkaisu:**

- keskiarvo

$$\frac{7 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + \dots + 1 \cdot 2}{4} \frac{c}{m} = \frac{6}{4} \frac{c}{m} \approx 1,5 \frac{c}{m} \approx 1,9 \frac{c}{m}$$

- oikea ratkaisu, annetaan 3p
- kaikki pyöristykset hyväksytään
- laskettu puiden kokonaismäärä, annetaan 0,5p
- laskettu senttimetrien kokonaismäärä, annetaan 1p

- yksikkö puuttuu, vähennetään 0,5p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 0,5p
- yrityksestä $(15 + 16 + \dots + 21)/7$ tai vastaavasta ei anneta pisteitä

Tehtävä 5.

- a) Viljaerän massa vastapuituna on 6670 kg ja sen kosteusprosentti on 30 (kosteusprosentti on viljaerän sisältämän veden massan suhde koko viljaerän massaan). Mikä on viljaerän massa kuivatuksen jälkeen, kun kosteusprosentti on tällöin 14?

Ratkaisu:

- a) – vastapuitu viljaerä:

- veden massa $0,30 \cdot 6670 \text{ kg} = 2001 \text{ kg}$ (antaa 0,5p)
- viljan kuiva-aineen massa $6670 \text{ kg} - 2001 \text{ kg} = 4669 \text{ kg}$ (antaa 0,5p)
- tai suoraan $0,7 \cdot 6670 \text{ kg} = 4669 \text{ kg}$ (antaa 1p)

- kuivattu viljaerä:

- vettä 14 % ja viljan kuiva-ainetta silloin 86 % (antaa 0,5p)
- $x =$ koko viljaerän massa, jolloin

$$0,86 \cdot x = 4669 \text{ kg} \quad \left. \vphantom{0,86 \cdot x = 4669 \text{ kg}} \right\} \text{ (antaa 1,5p)}$$

$$x = \frac{4}{0,86} \text{ k}$$

$$\approx 5 \text{ } \overset{6}{\underset{9}{\text{g}}} \text{ } \overset{1}{\text{k}} \approx 5 \text{ } \overset{4}{\underset{3}{\text{g}}} \text{ } \text{k} \quad \text{(antaa 0,5p)}$$

- hyväksytään myös seuraava pelkistetty muoto täysin pistein eli

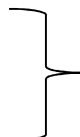
$$\frac{4}{0,86} \text{ k} \approx 5 \text{ } \overset{4}{\underset{3}{\text{g}}} \text{ } \text{k} \quad \text{(antaa 2p)}$$

- oikea ratkaisu, annetaan siis 3p
- kaikki pyöristykset hyväksytään
- yksikkö puuttuu, vähennetään 0,5p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 0,5p

- b) Kolme viljaerää sekoitetaan keskenään. Ensimmäisen viljaerän massa on 3500 kg ja kosteusprosentti on 16, toisen viljaerän massa on 4800 kg ja kosteusprosentti on 15 sekä kolmannen viljaerän massa on 8100 kg ja kosteusprosentti on 13. Mikä on sekoittamalla saadun viljaerän keskimääräinen kosteusprosentti?

Ratkaisu:

- veden massat erissä



$$0,16 \cdot 3500 \text{ kg} = 560 \text{ kg}$$

$$0,15 \cdot 4800 \text{ kg} = 720 \text{ kg} \quad (\text{antaa } 0,5\text{p})$$

$$0,13 \cdot 8100 \text{ kg} = 1053 \text{ kg}$$

- veden massa yhteensä 2333 kg (antaa 0,5p)
- viljaa yhteensä 16400 kg (antaa 0,5p)
- kosteusprosentti sekoitetussa viljaerässä

$$\frac{2}{1} \frac{k}{k} \quad (\text{antaa } 1\text{p})$$

$$\frac{6}{4} \frac{g}{g} \approx 1,2\% \quad (\text{antaa } 0,5\text{p})$$

- oikea ratkaisu, annetaan siis 3p
- kaikki pyöristykset hyväksytään
- pronsenttimerkki puuttuu, vähennetään 0,5p
- vastaus annettu desimaalilukuna, vähennetään 0,5p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe, vähennetään 0,5p
- yrityksestä $(13 + 15 + 16)/3$ tai vastaavasta ei anneta pisteitä

Tehtävä 6.

Hakkuukone kaataa puun siten, että rungon läpimittaa mittaavat anturit ovat 1,3 metrin päässä rungon kaatokohdasta eli ensimmäisestä katkaisukohdasta. Tämän vuoksi hakkuukonemittauksessa puunrungon tyvipölkyn tyviosan (0,0-1,3 m) tilavuus joudutaan laskemaan matemaattisten mallien avulla. Tyvipölkyn tilavuuden laskemisessa tarvittavia tyvipölkyn läpimittoja lasketaan oheisella tyviprofiilifunktiolla (mallilla)

$$D_L = \left[1 + \left(a_0 \cdot (1,3 - L) + a_1 \cdot (1,3 - L)^2 \right) / 1 \right] \cdot D_{1,3},$$

missä D_L = rungon läpimitta etäisyydellä L kaatokohdasta (cm)

L = etäisyys rungon kaatokohdasta (m)

$D_{1,3}$ = rungon läpimitta 1,3 metrin etäisyydellä kaatokohdasta (cm)

a_0, a_1, a_2 = puulajeittaiset muotoparametrit, jotka saadaan kaavoilla 1-3.

Tyviosan muotoparametrit (a_0, a_1, a_2) määritetään puulajikohtaisilla malleilla, joissa selittäjänä on puun läpimitta 1,3 metrin etäisyydellä kaatokohdasta eli $D_{1,3}$. Muoto-parametreja tuottavat mallit (kaavat) ovat:

$$a_0 = a_{00} + a_{01} \cdot D_{1,3} + a_{02} \cdot D_{1,3}^2 + a_{03} \cdot D_{1,3}^3 + a_{04} \cdot D_{1,3}^4 \quad (\text{kaava 1})$$

$$a_1 = a_{10} + a_{11} \cdot D_{1,3} + a_{12} \cdot D_{1,3}^2 + a_{13} \cdot D_{1,3}^3 \quad (\text{kaava 2})$$

$$a_2 = a_{20} + a_{21} \cdot D_{1,3} + a_{22} \cdot D_{1,3}^2, \quad (\text{kaava 3})$$

missä $D_{1,3}$ = rungon läpimitta 1,3 metrin etäisyydellä kaatokohdasta (cm)

a_{00}, \dots, a_{22} = puulajikohtaiset kertoimet taulukosta 1

Taulukko 1

Puulaji: Mänty				
a₀₀	a₀₁	a₀₂	a₀₃	a₀₄
24,30	-1,324	0,039372	- 0,0003850	0
a₁₀	a₁₁	a₁₂	a₁₃	
1,00	0,381	- 0,006291	0	
a₂₀	a₂₁	a₂₂		
7,70	- 0,233	0,003056		

Jos erään männyn rungon läpimitta kaatokohdasta 1,3 metrin etäisyydellä on 30,0 cm eli $D_{1,3} = 30,0$ cm, laske rungon tyvipölkyn tyviosan läpimitta D_L yhden metrin etäisyydellä kaatokohdasta tyviprofiilifunktiolla. (Huomaa: Malleihin ei sijoiteta suureita yksiköineen, vaan sijoitetaan vain pelkät suureiden lukuarvot.)

Ratkaisu:

- lasketaan muotoparametrit

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 24,30 - 1,324 \cdot 30 + 0,039372 \cdot 30^2 - 0,0003850 \cdot 30^3 \approx 9,6198 \\ a_1 &= 1,00 + 0,381 \cdot 30 - 0,006291 \cdot 30^2 \approx 6,7681 \\ a_2 &= 7,70 - 0,233 \cdot 30 + 0,003056 \cdot 30^2 \approx 3,4604 \end{aligned} \right\} \text{(antaa 3p)}$$

(siis kustakin muotoparametrin annetaan 1 p, lasku- tai huolimattomuusvirheestä vähennetään 0,5 p kustakin, samoin jos muotoparametriin liitetty yksikkö)

- sijoitus tyviprofiilifunktion

$$\begin{aligned} D_L &= \left[1 + \left(a_0 \cdot (1,3 - L) + a_1 \cdot (1,3 - L)^2 \right) / 1 \right] \cdot D_{1,3} \\ &= \left[1 + \left(\underset{9}{9,6} \cdot (1,3 - 1) + \underset{8}{6,7} \cdot (1,3 - 1)^2 \right) / 1 \right] \cdot \underset{0}{30} \quad \text{2p) } \\ &\approx \underset{0}{3,8} \underset{9}{8} \text{ cm} \approx \underset{0}{3,9} \underset{0}{8} \text{ cm} \quad \text{1 p) } \end{aligned}$$

- oikea ratkaisu, annetaan siinä 6p
- yksikkö puuttuu, vähennetään 0,5p
- kaikki pyöristykset hyväksytään

- oikea sijoitus tyviprofiilifunktioon, annetaan 2p, jos metrit sentteinä, vähennetään 1p, jos sijoitettu suureet yksiköineen, vähennetään 1p
- lasku- tai huolimattomuusvirhe tyviprofiilifunktiossa, vähennetään 1p